

NOMBRES DECIMAUX

I Fractions décimales et écriture décimale

a) Des fractions décimales à l'écriture décimale

Définition : une fraction décimale est une fraction dont le dénominateur est 10, 100, 1000...

$\frac{1}{10}$ s'écrit 0,1 et se lit un dixième (le chiffre des dixièmes est placé juste après la virgule.)

$\frac{1}{100}$ s'écrit 0,01 et se lit un centième (le chiffre des centièmes est le deuxième après la virgule.)

$\frac{1}{1000}$ s'écrit 0,001 et se lit un millièm (le chiffre des millièmes est le troisième après la virgule.)

$\frac{1}{10000}$ s'écrit 0,0001 et se lit un dix-millièm (le chiffre des dix-millièmes est le quatrième après la virgule.)

...

Exemple : la fraction décimale $\frac{1304}{100}$ s'écrit aussi 13,04 car le chiffre 4 est celui des centièmes, c'est donc le deuxième chiffre après la virgule, ce qui permet de positionner la virgule correctement.

b) Ecriture décimale

L'écriture décimale d'un nombre est composée d'une partie entière et d'une partie décimale séparées par une virgule.

Exemple : 102,76 La partie entière est 102 et la partie décimale est 76.
(Seule la partie entière donne un ordre de grandeur du nombre, ici 100.)

Un nombre décimal est un nombre à virgule ayant un nombre fini (c'est-à-dire limité) de chiffres après la virgule.

Un nombre décimal peut toujours s'écrire sous forme de fraction décimale.

Exemple : 56,72 est un nombre décimal, on peut écrire : $56,72 = \frac{5672}{100}$ (car le chiffre 2 est celui des centièmes).

Attention, le nombre 0,3333... n'est pas un nombre décimal, on ne peut pas l'écrire sous forme de fraction décimale. De même pour le nombre 9,12312312312...

c) Rang des chiffres dans l'écriture décimale

milliers	centaines	dizaines	unités ,	dixièmes	centièmes	millièmes
		1	0	5	4	
1	5	7	0	2		
	3	0	5	0	0	1
5	7	0	0	0		
			0	0	9	8

Compléter le tableau, donner l'écriture décimale puis ordonner les nombres suivants :

1 054 centièmes = 10,54 (Le chiffre 4 se place dans la colonne des centièmes.)

15 702 dixièmes = 1570,2

305 001 millièmes = 305,001

57 000 dixièmes = 5700,0 = 5700

98 millièmes = 0,098

On ajoute des zéro si nécessaire.

.....
Application aux conversions de longueurs:

km	hm	dam	mètre	dm	cm	mm
	4	2	3	5		
			9	4	3	
4	2	5	0	0	0	0

Convertir: 4235 dm = 423,5 m

943 cm = 9,43 m

4 250 000 mm = 4 250 m

d) Décomposition d'un nombre décimal

Un nombre décimal peut toujours se décomposer en somme de fractions décimales.

Exemple : $56,407 = 56 + \frac{4}{10} + \frac{7}{1000}$

II Multiplications et divisions par 10, 100 ou 1000

Multiplier un nombre par 10 (par 100 ou par 1000...), c'est donner à chacun de ses chiffres une valeur 10 fois plus grande (100 fois plus grande, 1000 fois plus grande...).

Autrement dit, quand on multiplie un nombre décimal par 10, le chiffre des unités devient le chiffre des dizaines, le chiffre des dixièmes devient le chiffre des unités, le chiffre des centièmes devient le chiffre des dixièmes...

Règle :

Pour multiplier un nombre	on décale la position de chaque chiffre de:	
Par 10	1 rang vers la gauche	$13,987 \times 10 = 139,87$ Ce qui revient à décaler la virgule d'un rang sur la droite.
Par 100	2 rangs vers la gauche	$13,987 \times 100 = 1398,7$ Ce qui revient à décaler la virgule de deux rangs sur la droite.
Par 1 000	3 rangs vers la gauche	$13,987 \times 1000 = 13987$ Ce qui revient à décaler la virgule de trois rangs sur la droite.
Par 10 000	4 rangs vers la gauche	$13,987 \times 10\ 000 = 139\ 870$ Ce qui revient à décaler la virgule de quatre rangs sur la droite.

Diviser un nombre par 10 (par 100 ou par 1000...), c'est donner à chacun de ses chiffres une valeur 10 fois plus petite (100 fois plus petite, 1000 fois plus petite...).

Règle :

Pour diviser un nombre	on décale la position de chaque chiffre de:	
Par 10	1 rang vers la droite	$215,6 \div 10 = 21,56$ Ce qui revient à décaler la virgule d'un rang sur la gauche.
Par 100	2 rangs vers la droite	$215,6 \div 100 = 2,156$ Ce qui revient à décaler la virgule de deux rangs sur la gauche.
Par 1 000	3 rangs vers la droite	$215,6 \div 1000 = 0,2156$ Ce qui revient à décaler la virgule de trois rangs sur la gauche.
Par 10 000	4 rangs vers la droite	$215,6 \div 10\,000 = 0,02156$ Ce qui revient à décaler la virgule de quatre rangs sur la gauche.

III Multiplications par 0,1 ou 0,01 ou 0,001

Multiplier un nombre par 0,1 revient à diviser ce nombre par 10.

Multiplier un nombre par 0,01 revient à diviser ce nombre par 100.

Multiplier un nombre par 0,001 revient à diviser ce nombre par 1 000.

Multiplier un nombre par 0,0001 revient à diviser ce nombre par 10 000.

...

Exemples : $27,89 \times 0,1 = 27,89 \div 10 = 2,789$

$3092,8 \times 0,001 = 3092,8 \div 1000 = 3,0928$

$13,5 \times 0,01 = 13,5 \div 100 = 0,135$

$7,4 \times 0,0001 = 7,4 \div 10\,000 = 0,00074$

Remarque : le produit d'un nombre par 0,1 (ou 0,01...) est toujours inférieur à ce nombre !

$0,2 \times 0,1 = 0,02$

IV Comparer, encadrer, intercaler

a) Comparer des nombres décimaux :

Etape 1

On commence **toujours** par comparer leur **partie entière**.

Exemple : $1\,895,1 > 2,4659$ car $1\,895 > 2$

Si les deux parties entières sont égales, on passe à l'étape suivante :

Etape 2

2 méthodes AU CHOIX

- On écrit les deux nombres avec le **même nombre de chiffres après la virgule** en ajoutant des zéro si nécessaire et on compare leur **partie décimale**.

Exemple : $71,223 < 71,900$ car $223 < 900$

- OU on **compare les chiffres un à un en les lisant de gauche à droite** et on repère ainsi le premier rang qui diffère.

Exemple : $14,51\textcolor{red}{6}2 > 14,51\textcolor{red}{4}398$ car 6 millièmes > 4 millièmes

b) Encadrer un nombre décimal :

Encadrer un nombre décimal consiste à **trouver un nombre inférieur à lui et un nombre supérieur à lui**.



On dit que 5,85 est **compris entre** 5,84 et 5,86.

Il existe plusieurs encadrements possibles pour un même nombre.

Exemple : $0 < 5,85 < 10$ ou $5 < 5,85 < 6$ ou $5,8 < 5,85 < 5,9$

Encadrer entre deux entiers consécutifs consiste à encadrer entre deux nombres entiers (sans virgule) qui se suivent.

Exemples : $4 < 4,78 < 5$ $0 < 0,98703 < 1$ $2 < \frac{28}{10} < 3$

c) Intercaler un nombre décimal entre deux nombres :

Intercaler un nombre entre 2 et 3 consiste à proposer un nombre compris entre 2 et 3.
Par exemple 2,5 convient.

On peut toujours intercaler un nombre entre deux, même si ces deux nombres sont très proches.
Pour cela, il suffit d'**ajouter des zéro si nécessaire** à la fin de la partie décimale.

Exemples : $4,6\textcolor{red}{0} < 4,62 < 4,7\textcolor{red}{0}$

$12,07\textcolor{red}{0} < 12,076 < 12,08\textcolor{red}{0}$

$5,9\textcolor{red}{0} < 5,93 < 6$