

CALCUL LITTÉRAL (Partie 1)

Une **expression littérale** est une expression mathématique dans laquelle se trouve(nt) une (ou plusieurs) lettre(s) et des valeurs numériques.

Exemple : l'expression $A = x \times 4 + 5$

La **lettre représente un nombre** qui peut prendre différentes valeurs. C'est une **variable**.

I. Conventions d'écriture :

Pour simplifier les écritures, **on ne fait pas apparaître l'opérateur \times dans les expressions littérales et la valeur numérique (multipliée) se placera toujours devant la lettre.**

Exemples : $x \times 4$ s'écrira $4x$

$2 \times x + 7$ s'écrira $2x + 7$

Dans cette expression, on dit que 2 est le **coefficient de x** et que 7 est une **constante**.

$x \times x$ s'écrira x^2

$(x + 3) \times 5$ s'écrira $5(x + 3)$

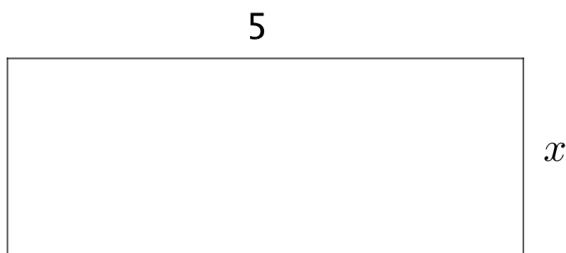
$(x + 9) \times (x - 8)$ s'écrira $(x + 9)(x - 8)$

Attention à ne pas confondre l'expression $x - 8$ (soustraction) et l'expression $-8x$ (multiplication par (-8)).

II. Produire une expression littérale :

Produire une expression « en fonction de » x , c'est donner une expression mathématique dans laquelle on trouve la lettre x et des valeurs numériques.

Exemple : exprimer l'aire et le périmètre du rectangle en fonction de x :



Aire du rectangle en fonction de x :

$$5 \times x = 5x$$

Périmètre du rectangle en fonction de x :

$$5 + x + 5 + x = 2x + 10 \text{ ou } (x + 5) \times 2 = 2(x + 5)$$

III. Calculer une expression littérale pour une valeur donnée :

On peut calculer une expression littérale en remplaçant la lettre x par la valeur donnée.

On remplace x par la valeur donnée et on fait apparaître les multiplications « cachées ». Il faut mettre des parenthèses pour les valeurs de x négatives. On respecte ensuite les priorités opératoires.

Exemples :

Calculons $A = 3(5x - 1)$ pour $x = 2$.

$$A = 3 \times (5 \times 2 - 1) = 3 \times (10 - 1) = 3 \times 9 = 27$$

Calculons $B = 4x^2 + 3x$ pour $x = -3$.

$$B = 4 \times (-3) \times (-3) + 3 \times (-3) = 4 \times 9 + (-9) = 36 - 9 = 27$$

IV. Réduire une expression littérale :

Réduire une somme ou un produit, c'est l'écrire avec le moins de termes (ou de facteurs) possible.

Il faut **regrouper les termes analogues** (d'une même « famille ») tout en respectant les priorités opératoires: les x avec les x , les constantes avec les constantes, les x^2 avec les x^2 ...

L'expression réduite contient toujours des lettres en général.

- Réduire la somme $3x + 7x - 2x + 5x - 4x = 9x$
- Réduire la somme $3x^2 + 4x - 5 - 2x^2 - 7x + 9 = (3x^2 - 2x^2) + (4x - 7x) + (-5 + 9)$
 $= x^2 - 3x + 4$

(on peut changer l'ordre des termes)

On peut aussi réduire des produits :

- Réduire le produit $3 \times 2x = 6x$ car $3 \times 2x = 2x + 2x + 2x = 6x$
- Réduire le produit $4x \times 2x = 4 \times 2 \times x \times x = 8x^2$ (on peut changer l'ordre des facteurs)

On commence toujours par réduire les produits si possible puis la somme.

- Réduire l'expression $3x \times x + 5 + 2 \times 3x - 4 = 3x^2 + 5 + 6x - 4 = 3x^2 + 6x + (5 - 4)$
 $= 3x^2 + 6x + 1$

On ordonne les termes (les x^2 puis les x puis les constantes).

V. Le rôle de la lettre (synthèse):

Pourquoi utiliser une lettre ?

- Pour établir une formule « générale » : par exemple l'aire d'un rectangle $L \times l$ ou la formule permettant de calculer l'IMC $\frac{p}{t^2}$ ou le nombre d'allumettes nécessaires (voir activité)
- Pour nommer une variable : par exemple sur le tableur on utilise les noms des cases au lieu des nombres qu'elles contiennent / sur Scratch on peut définir une variable que l'on nomme, par exemple : « score »
- Pour nommer un nombre que l'on recherche dans un problème ou dans une opération à trou : dans ce cas la lettre s'appelle l'« inconnue ». Par exemple : $3 + x = 11 - x$ La lettre x représente le nombre 4.
- Pour prouver (démontrer) un résultat général, une propriété particulière : par exemple le tour de magie. La lettre remplacera alors n'importe quel nombre.

On remarquera que, suivant le rôle de la lettre, **le symbole = aura une signification particulière :**

- Pour exécuter un calcul : $L \times l = 4 \times 3 = 12$
- Pour « affecter » une valeur à une lettre (pour l'initialiser par exemple : score = 0)
- Pour montrer l'égalité entre deux expressions : *par exemple* $3 + 4 = 11 - 4$