

# CALCUL LITTÉRAL (Partie 2)

Dans ce chapitre, nous nous intéresserons aux expressions littérales avec parenthèses.

## I. Distributivité : développer et réduire

Voir activité sur les caramels et les bonbons

**Développer** une expression littérale consiste à **transformer un produit en somme** (ou différence).

Pour  $k, a$  et  $b$  trois nombres :

$$k(a + b) = ka + kb \quad \text{et} \quad k(a - b) = ka - kb$$

**Exemple** : Développer puis réduire les expressions  $A = 5(x + 6)$  et  $B = 3(2x - 1)$

$$A = 5(x + 6) = 5x + 5 \times 6 = 5x + 30$$

$$B = 3(2x - 1) = 3 \times 2x - 3 \times 1 = 6x - 3$$

**Application en calcul mental** :

Pour calculer  $73 \times 101$  on remplace 101 par  $(100 + 1)$  et on développe.

$$73 \times 101 = 73 \times (100 + 1) = 73 \times 100 + 73 \times 1 = 7300 + 73 = 7373$$

Pour calculer  $41 \times 98$  on remplace 98 par  $(100 - 2)$  et on développe.

$$41 \times 98 = 41 \times (100 - 2) = 41 \times 100 - 41 \times 2 = 4100 - 82 = 4018$$

## II. Distributivité : factoriser

Voir activité sur les dragées et les chocolats

**Factoriser** une expression littérale consiste à **transformer une somme (ou différence) en produit**.

Pour  $k, a$  et  $b$  trois nombres :

$$ka + kb = k(a + b) \quad \text{et} \quad ka - kb = k(a - b)$$

Pour factoriser, il faut trouver un facteur commun, c'est-à-dire un **diviseur commun** à tous les termes **de la somme** (ou de la différence).

**Exemple** : Factoriser les expressions  $A = 5x + 20$  ;  $B = 36x - 28$  ;  $C = 3x^2 + 7x$

$$A = 5x + 20 = 5 \times x + 5 \times 4 = 5 \times (x + 4) = 5(x + 4)$$

$$B = 36x - 28 = 4 \times 9x - 4 \times 7 = 4 \times (9x - 7) = 4(9x - 7)$$

$$C = 3x^2 + 7x = x \times 3x + x \times 7 = x \times (3x + 7) = x(3x + 7)$$

**Application en calcul mental** :

Pour calculer  $23 \times 15 + 23 \times 85$  on factorise par 23 puis on fait l'addition dans les parenthèses.

$$23 \times 15 + 23 \times 85 = 23 \times (15 + 85) = 23 \times 100 = 2300$$

**Synthèse** : pourquoi développer ou factoriser ?

- pour **permettre le calcul mental**
- pour **prouver que deux expressions sont égales**, par exemple :  $6(3x + 6) = 9(2x + 4)$
- pour **prouver un résultat général** (exemple : programmes de calculs et tours de magie)
- pour supprimer les parenthèses et **pouvoir réduire** une expression littérale, par exemple :  
 $2(3x + 5) + 8x + 7 = 6x + 10 + 8x + 7 = 14x + 17$
- pour **faciliter certains calculs**, par exemple : calculons  $18x - 99$  pour  $x = 6$ . Il est préférable de factoriser  $18x - 99 = 9 \times 2x - 9 \times 11 = 9(2x - 11)$  puis de calculer en remplaçant  $x$  par 6.  
On obtient  $9 \times (2 \times 6 - 11) = 9 \times (12 - 11) = 9 \times 1 = 9$

### III. Conséquence : règle de suppression des parenthèses précédées d'un « moins »

*Énoncé de problème* : Guillaume a 11 €. Il achète une galette des rois à 7,50 € et une baguette à 0,90 €.

*Combien lui reste-t-il ?*

Deux façons de répondre à la question :

1<sup>ère</sup> méthode : on fait deux soustractions successives :  $11 - 7,50 = 3,50$  puis  $3,50 - 0,90 = 2,60$

2<sup>ème</sup> méthode : on additionne les dépenses :  $7,50 + 0,90 = 8,40$  puis on soustrait  $11 - 8,40 = 2,60$

Réponse : Il lui reste 2,60 €.

Cela permet d'écrire l'égalité suivante :  $11 - (7,50 + 0,90) = 11 - 7,50 - 0,90$

Autrement dit, « soustraire une parenthèse » revient à **soustraire chacun des termes dans les parenthèses**.

## Règle de suppression des parenthèses précédées par un signe « moins » :

- 1) On enlève le signe « moins » devant les parenthèses et on enlève les parenthèses.
- 2) On change les signes de tous les nombres qui se trouvaient à l'intérieur des parenthèses.

**Exemples :**

$$10 - (5 + 6 - 8) = 10 - 5 - 6 + 8$$

$$13 - (-4 + 7 - 10) - 6 = 13 + 4 - 7 + 10 - 6$$

Cela permet ensuite de réduire les expressions littérales.

**Exemple :**  $A = 4 - (5x + 8) = 4 - 5x - 8 = -5x + 4 - 8 = -5x - 4$

### Justification de la règle de suppression des parenthèses :

Cela peut **s'expliquer par la distributivité**.

En effet, on se souvient que **multiplier un nombre par (-1)** revient à prendre son opposé.

$$-(4 + 11) = (-1) \times (4 + 11)$$

**En développant**, on obtient :  $(-1) \times 4 + (-1) \times 11 = -4 - 11$

Conclusion :  $-(4 + 11) = -4 - 11$

**Remarque :** si les parenthèses sont précédées d'un « plus », on peut enlever les parenthèses (à condition qu'elles ne soient pas suivies d'une multiplication).

Exemple :  $3 + (6 - 2 + 8) = 3 + 6 - 2 + 8$

### Mémo personnel :

- **Parenthèses précédées d'un « plus » : on enlève les parenthèses**
- **Parenthèses précédées d'un « fois » : on développe**
- **Parenthèses précédées d'un « moins » : on change les signes**