

KANGOUROU DES MATHÉMATIQUES

12 rue de l'épée de bois, 75005 Paris (ouvert au public)

Tél. : 01 43 31 40 30

www.mathkang.org

Le jeu-concours Kangourou, créé en 1990 en France, a lieu tous les ans au mois de mars. 6 millions de jeunes y participent maintenant et réfléchissent aux questions élaborées par des professeurs d'une soixantaine de pays. C'est l'événement phare du Kangourou des mathématiques qui œuvre pour une large diffusion de la culture, en particulier avec la distribution massive de livres, brochures, outils, jeux, films et logiciels pour voir, lire, faire et apprendre, agréablement, des mathématiques.

Kangourou 2016 - Corrigé du sujet « C »

1. Réponse **D**. Il y a 3 entiers entre 17,03 et 20,16 : 18, 19 et 20.

2. Réponse **A**. C'est le panneau A qui a quatre axes de symétrie (dessinés sur la figure ci-contre). B en a 2, C en a 3, D aucun et E un seul.



3. Réponse **E**. Pour obtenir 6 kg d'abricots secs, il faut $6 \times 5,5$ kg, soit 33 kg d'abricots frais.

4. Réponse **C**. Classons les nombres du plus grand au plus petit :

$$\frac{1}{2} > \frac{1}{3} > 0,3; \quad \frac{1}{4} = 0,25; \quad \frac{1}{5} = 0,2; \quad \frac{1}{5} > \frac{1}{6} > \frac{1}{7}.$$

Parmi les fractions proposées, la plus proche de $\frac{1}{4}$ est $\frac{1}{5}$.

5. Réponse **E**. Il y a en tout 55×9 soit $5 \times 11 \times 9$ petits cubes. Kangou peut donc faire 99 tours de 5 cubes.

6. Réponse **B**. On peut obtenir la configuration voulue avec seulement 2 interversions : le couteau et la fourchette de l'assiette « en haut à droite » de l'image, le couteau et la fourchette entre les deux assiettes du « bas ».

7. Réponse **D**. Pour retrouver le nombre que Julien aurait dû obtenir, il faut ajouter deux fois 26 au mauvais résultat. Et $14 + 26 + 26 = 66$.

8. Réponse **C**. Chaque demi-figure est le « négatif » de l'autre. Donc l'aire grisée est la moitié de l'aire totale, soit $\frac{20 \times 10}{2}$ cm², soit 100 cm².

Kangourou 2016 - Corrigé du sujet « C »

9. Réponse D. Il y a 3 chemins pour débiter qui mènent tous à S (en passant par P, direct, en passant par R). Alors, pour chacun de ses chemins, il n'y a plus qu'une unique boucle qui permet de revenir en S sans repasser sur une route déjà empruntée. Cette boucle peut être parcourue dans les 2 sens. Il y a donc 3×2 , soit 6 parcours possibles pour la course.

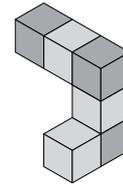
10. Réponse E. Le coté du carré extérieur est la somme de la longueur et de la largeur d'un des rectangles. Le demi-périmètre du carré est donc 16 cm (périmètre d'un rectangle). Et le périmètre du carré est 2×16 , soit 32 cm.

11. Réponse C. $12 \times 5 = 60$. 12 % c'est 5 fois moins que 60 % donc les professeurs qui viennent en voiture sont cinq fois moins nombreux que ceux qui viennent à vélo. Ils sont donc $\frac{45}{5}$, soit 9.

12. Réponse C. Soient X et Y les deux angles aigus du triangle rectangle. On a $X + Y = 90^\circ$. Sachant que $x = 180^\circ - X$ et $y = 180^\circ - Y$, on a : $x + y = 2 \times 180^\circ - (X + Y) = 2 \times 180^\circ - 90^\circ = 270^\circ$.

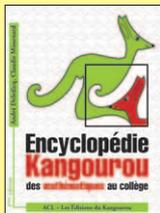
13. Réponse B. Il suffit compter le nombre de matchs joués par chaque joueur. Ceux qui ont joué un seul match ont perdu en quart de finale ; ceux qui ont joué deux matchs ont perdu en demi-finale. Seuls Gaël et Carl ont joué 3 matchs : ce sont donc les finalistes.

14. Réponse B. Pour chaque vue, on peut mentalement tourner l'assemblage pour, en partant de l'extrémité gris clair, placer les 4 premiers cubes comme le modèle. Alors les 2 derniers cubes sont bien vers l'avant pour A, C, D et E mais pas pour B où ils seraient vers l'arrière comme représenté ci-contre.



15. Réponse D. Si x est l'âge des triplés, la somme des âges des cinq frères est $5x - 6$. On obtient donc un multiple de 5 en lui ajoutant 6. Parmi les nombres proposés, le seul dans ce cas est 89.

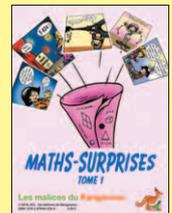
16. Réponse E. Pour que la perle rouge représente 10 % des perles, il faut 9 perles bleues. Il faut donc enlever 40 des 49 perles bleues.



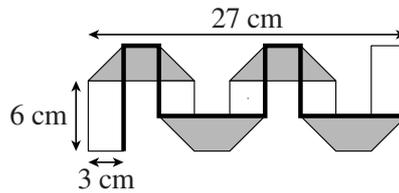
Librairie du Kangourou, 12 rue de l'épée de bois, Paris 5^e

Le catalogue des ÉDITIONS DU KANGOUROU sur Internet :

<http://www.mathkang.org/catalogue/>



17. Réponse C. On a repéré un bord de la bande initiale en trait épais sur la figure.
La longueur totale des segments « horizontaux » est $27 - 3$ soit 24 cm.



La longueur totale des segments « verticaux » est $9 + (6 \times 4)$ soit 33 cm.
La longueur de la bande est donc $24 + 33$ soit 57 cm.

18. Réponse B. Après 5 bonds, Rourou a un retard de $5 + 4 + 3 + 2 + 1$, soit 15 m. Les 6^e bonds des deux kangourous sont de la même longueur. Puis Rourou se rapproche de 1 m (au 7^e bond), puis de 2 m, puis de 3 m, puis de 4 m, puis de 5 m (au 11^e bond). Rourou rejoindra donc Kang après le 11^e bond.

19. Réponse B. Soit f le nombre de filles et g le nombre de garçons.
On a : $\frac{1}{3}g = \frac{1}{2}f$ d'où $f = \frac{2}{3}g$. Comme $g + f = 20$, $\frac{5}{3}g = 20$ et $g = 12$.
Il y a 12 garçons dans la classe.

20. Réponse A. Soit a, b, c, d et e les rayons des cercles centrés respectivement en A, B, C, D et E. Comme $DC > DE$, on a $d + c > d + e$ et donc $c > e$. De même $CD > CB$ donc $d > b$, $BA > BC$ donc $a > c$, $AB > AE$ donc $b > e$, $EA > ED$ donc $a > d$. On en déduit $a > c > e$ et $a > d > b$. Donc A est le centre du plus grand cercle.
On peut aussi résoudre un système d'équations, on trouve alors $a = 10$, $b = 6$, $c = 8$, $d = 9$ et $e = 4$.

21. Réponse E. Théo pense qu'il est 12 h 00 donc Théo voit 12 h 05 donc il est 12 h 15. S'il est 12 h 15, Léo voit 12 h 20 et pense qu'il est 12 h 30.

22. Réponse E. Au total, les 12 filles ont consommé $12 \times 1,5$ soit 18 crêpes. Or 10 filles ont pris des crêpes, une ou deux chacune. Comme $18 - 10 = 8$, c'est que 8 filles ont pris 2 crêpes.

23. Réponse D. Dans le total figurant sur le cube du haut, le nombre du cube au centre du carré de base est additionné 4 fois, les nombres des cubes aux milieux des côtés du carré de base sont additionnés 2 fois et ceux des cubes aux coins une fois.

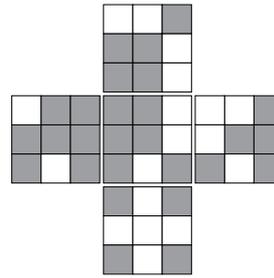
Pour avoir le plus grand total sur le cube du haut, il faut que le cube central du carré de base (qui va être compté 4 fois) porte le nombre le plus grand possible, soit 14 puisque le total des 9 cubes du bas est 50 et que $50 = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 14$.

Les plus grands nombres restants, 5, 6, 7 et 8, sont alors placés aux milieux des côtés et 1, 2, 3 et 4 aux coins de la base.

Le total sur le cube du haut est alors :

$$(1 + 2 + 3 + 4) + 2 \times (5 + 6 + 7 + 8) + 4 \times 14 = 10 + 52 + 56 = 118.$$

24. Réponse A. En remarquant que les 3^e et 5^e faces données ne peuvent être qu'opposées, on peut reconstituer l'assemblage des cinq faces données comme ci-contre.



Alors la sixième face du grand cube ne peut être que la A ou la E qui ne diffèrent que par la couleur du centre de la face.

Mais parmi les 25 petits cubes visibles sur notre assemblage, il y a déjà 15 noirs et donc les deux autres cubes (non visibles) sont blancs. Ce sont le cube central du grand cube et celui au centre de la face cherchée qui est donc représentée par le dessin A.

25. Réponse 5. Soit n le nombre de gaufres données à chacune des princesses. Alors, en remontant le temps :

- Loulou avait $2n$ gaufres en sortant de chez la 2^e princesse,
- il avait $2n + n$ soit $3n$ gaufres en entrant chez la 2^e princesse,
- il avait $2 \times 3n$ soit $6n$ gaufres en sortant de chez la 1^{re} princesse,
- il avait $7n$ gaufres en entrant chez la 1^{re} princesse,
- il avait $14n$ gaufres avant que, pour la première fois, un lutin ne lui mange la moitié de son panier.

Le seul multiple de 14 entre 60 et 80 est 70 avec $70 = 14 \times 5$. Loulou a donc donné 5 gaufres à chaque princesse. Et il a eu successivement 70 gaufres, puis 35 (la moitié), 30 (5 de moins), 15 (la moitié), 10 (5 de moins), 5 (la moitié) et 0 (5 de moins).

26. Réponse 6. Marquons chaque cube d'un nombre égal au numéro du jour où il devient gris. Le cube initial est marqué par le nombre 0 au niveau IV. Les cubes grisés au fil des jours sont marqués successivement 1, 2, 3, 4 et 5 pour le 5^e jour. Ainsi, on marque successivement, sur un même niveau, un nombre augmenté de 1 sur tout cube touchant un cube déjà marqué, et d'un niveau à l'autre, un nombre augmenté de 1 sur tout cube qui est juste au-dessous un cube déjà marqué.

2	1	2	3	3	2	3	4	4	3	4	5	5	4	5	
1	0	1	2	2	1	2	3	3	2	3	4	4	3	4	5
2	1	2	3	3	2	3	4	4	3	4	5	5	4	5	
3	2	3	4	4	3	4	5	5	4	5			5		
Niveau IV				Niveau III				Niveau II				Niveau I			

Il reste donc 6 cubes blancs à la fin du cinquième jour.

© Art Culture Lecture-les Éditions du Kangourou, 12 rue de l'épée de bois 75005 Paris

À partir de ce document de 4 pages, n'est autorisée qu'une impression unique et réservée à un usage privé. « Toute représentation ou reproduction, intégrale ou partielle, faite sans le consentement de l'auteur ou de ses ayants droit ou ayants cause, est illicite. »