Chapitre: FACTORISATIONS ET EQUATIONS

I. Factorisations:

FACTORISER consiste à **transformer une somme (ou différence) en produit**.

exemple: $15x + 15y = 15(x + y)$

Remarque: il n'est pas toujours possible de factoriser!

Pourquoi factoriser ?	**Comment factoriser ?**
• pour simplifier certains calculs • pour résoudre des équations	• en trouvant un facteur commun apparent • en utilisant les identités remarquables

exemple 1: Calculer la somme des dix premiers entiers 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 =

En déduire le résultat de :

10 000 + 20 000 + 30 000 + 40 000 + 50 000 + 60 000 + 70 000 + 80 000 + 90 000 =

....

exemple 2: Calculer mentalement $35 \times 75 + 35 \times 25 =$

....

Méthodes pour factoriser:

1. Pour factoriser, on peut chercher un diviseur commun à chaque terme, le plus grand possible.

   exemple: $20\,a + 36\,b = 4\,(5a + 9b)$

On peut factoriser par un nombre ou par une lettre (ou les deux).

exemples: $x^2 + 3x = x(x+3)$; $5x^2 + 10x = 5x(x+2)$

2. En utilisant une identité remarquable:

En effet, on sait que $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

On peut alors factoriser toute différence entre deux carrés de nombres.

exemple: $x^2 - 100 = (x+10)(x-10)$

II. Equations

1) Vocabulaire:

Définition: Une **équation** est une égalité contenant une ou plusieurs inconnues.

Exemple: $\underbrace{4x+12}_{\text{membre de gauche}} = \underbrace{36}_{\text{membre de droite}}$ Ici l'inconnue est nommée x.

6 est une **solution** de cette équation. En effet, en remplaçant x par 6, on obtient comme résultat 36.

Résoudre une équation, c'est trouver TOUTES les valeurs possibles de l'inconnue pour que les deux membres de l'égalité soient égaux.

Exemple: $x^2 = 9$ Cette équation admet deux solutions qui sont 3 et (-3).

Les solutions peuvent s'exprimer sous forme de nombre entier ou décimal ou fractionnaire.

Dans la suite de ce chapitre, a, b, c et d sont quatre nombres relatifs avec a et c non nuls.

2) Résolution d'une équation du type $ax + b = c$

1. Multiplication "à trou" (équation du type $ax = c$)

6 × ..... = 148,8 C'est l'équation $6x = 148,8$.

La solution s'obtient en ....

La solution est ....

Sous forme d'un diagramme:

Résolution de problème: Quelle est la largeur d'un rectangle dont l'aire est de 1200 mm^2 et dont la longueur est de 48 mm ?

- Inconnue du problème: ....
- Mise en équation: ....
- Solution: ....

2. Addition "à trou" (équation du type $x + b = c$)

145,29 + ... = 170,1   C'est l'équation $145{,}29 + x = 170{,}1$.

La solution s'obtient en ....

La solution est ....

Sous forme d'un diagramme:

Résolution de problème: Clara a 32,90 €. Sa sœur Mathilde et elle ont en tout 97,50€ d'argent de poche. Combien a Mathilde ?

- Inconnue du problème: ....
- Mise en équation: ....
- Solution: ....

3. Résolution "experte" d'une équation du type $ax + b = c$

Résoudre l'équation $5x + 14 = 30$.

Résolution à l'aide d'un diagramme:

Attention, l'ordre des opérations a de l'importance ! Il faut respecter les priorités opératoires.

Propriété:

- Si on ajoute (ou soustrait) un même nombre à chaque membre d'une égalité, on obtient une nouvelle égalité.
- Si on multiplie (ou divise) chaque membre d'une égalité par un même nombre non nul, on obtient une nouvelle égalité.

4. Résolution "experte" d'une équation du type $a(x + b) = c$

Résoudre l'équation $3(x+5) = 114$.

A l'aide d'un diagramme	Après développement

3) Résolution "experte" d'une équation du type $ax + b = cx + d$

Résoudre l'équation $7x+5=4x+11$.

L'objectif est de n'avoir l'inconnue x que dans un seul membre de l'égalité.

Pour cela, il suffit de soustraire $4x$ aux deux membres de l'égalité.

On obtient:

4) Résolution d'une équation produit nul $(ax + b)(cx + d) = 0$

Propriété: un produit est nul si au moins un des facteurs est nul.

Autrement dit, si $(ax + b)(cx + d) = 0$ alors: $ax + b = 0$ ou $cx + d = 0$

Exemple: résoudre l'équation $(x + 1)(4x - 3) = 0$

Il s'agit d'une équation produit nul.