

CALCUL LITTÉRAL

Objectif : développer et réduire

Pourquoi développer ?

- pour **permettre le calcul mental et/ou faciliter certains calculs**
- pour **prouver que deux expressions sont égales**, par exemple : $6(3x + 6) = 9(2x + 4)$
- pour **prouver un résultat général** (cf programmes de calculs, ...)
- pour supprimer les parenthèses et **pouvoir réduire** une expression littérale, par exemple :
 $2(3x + 5) + 8x + 7 = 6x + 10 + 8x + 7 = 14x + 17$

I. Simple distributivité (rappels de 4^{ème}):

Développer une expression littérale consiste à **transformer un produit en somme** (ou différence).

Pour k, a et b trois nombres relatifs:

$$k(a + b) = ka + kb \quad \text{et} \quad k(a - b) = ka - kb$$

Exemples : Développer puis réduire les expressions $A = 5(x + 6)$ et $B = 3(2x - 1)$

$$A = 5(x + 6) = 5x + 5 \times 6 = 5x + 30$$

$$B = 3(2x - 1) = 3 \times 2x - 3 \times 1 = 6x - 3$$

Règle de suppression des parenthèses précédées par un signe « moins » :

- 1) On enlève le signe « moins » devant les parenthèses et on enlève les parenthèses.
- 2) On change les signes de tous les nombres qui se trouvaient à l'intérieur des parenthèses.

Exemples : $A = 4 - (5x + 8) = 4 - 5x - 8 = -5x + 4 - 8 = -5x - 4$

$$B = (3x + 1) - (-2x - 9) = 3x + 1 + 2x + 9 = 5x + 10$$

II. Double distributivité :

Voir activité de mise en évidence de la double distributivité

Exemple numérique : $22 \times 13 = 20 \times 13 + 2 \times 13 = 20 \times 10 + 20 \times 3 + 2 \times 10 + 2 \times 3$

Autrement dit $22 \times 13 = (20 + 2) \times (10 + 3) = 200 + 60 + 20 + 6 = 286$

Pour a, b, c et d quatre nombres relatifs:

$$(a + b)(c + d) = ac + ad + bc + bd$$

Exemples : Développer puis réduire les expressions suivantes:

$$A = (x + 6)(x + 3) = x \times x + x \times 3 + 6 \times x + 6 \times 3 = x^2 + 3x + 6x + 18 = x^2 + 9x + 18$$

$$B = (x - 5)(3x + 7) = x \times 3x + x \times 7 - 5 \times 3x - 5 \times 7 = 3x^2 + 7x - 15x - 35 = 3x^2 - 8x - 35$$

$$C = (2x - 1)(4x - 9) = 2x \times 4x - 2x \times 9 - 1 \times 4x + 1 \times 9 = 8x^2 - 18x - 4x + 9 = 8x^2 - 22x + 9$$

Application en calcul mental :

Pour calculer 53×96 on remplace 53 par $(50 + 3)$ et 96 par $(100 - 4)$ puis on développe.

$$\begin{aligned} 53 \times 96 &= (50 + 3) \times (100 - 4) = 50 \times 100 - 50 \times 4 + 3 \times 100 - 3 \times 4 \\ &= 5\,000 - 200 + 300 - 12 = 5\,100 - 12 = 5088 \end{aligned}$$

Mémo personnel :

- Parenthèses précédées d'un « plus » : on enlève les parenthèses sans rien faire !
- Parenthèses précédées d'un « fois » : on développe (c'est la distributivité) et on réduit.
- Parenthèses précédées d'un « moins » : on applique la règle en changeant les signes.