

STATISTIQUES

I. Rappels

L'effectif total d'une série statistique est le nombre total de valeurs contenues dans cette série.

La fréquence d'une valeur dans une série statistique est égale à :

$$\text{fréquence d'une valeur} = \frac{\text{effectif de la valeur}}{\text{effectif total}}$$

La fréquence peut s'exprimer sous forme décimale ou fractionnaire ou en pourcentage.

Exemple : on a relevé les activités extra-scolaires de la semaine d'un enfant.

Lundi : natation ; Mardi : guitare ; Mercredi : théâtre ; Jeudi : natation ; Vendredi : boxe ; Samedi : natation ; Dimanche : marche

L'effectif de cette série est égal à 7. La fréquence de la natation est de $\frac{3}{7}$.

II. Moyenne simple et pondérée d'une série de valeurs

La moyenne d'une série de données est égale à la somme de ces données divisée par l'effectif total.

$$\text{moyenne} = \frac{\text{somme des données}}{\text{effectif total}}$$

Exemple : Marie a eu quatre notes en français : 10 ; 16 ; 13 et 15.

Sa moyenne est égale à :

$$\frac{10+16+13+15}{4} = \frac{54}{4} = 13,5$$

La moyenne pondérée d'une série de valeurs est égale à la somme des produits de chaque valeur par son effectif divisée par l'effectif total.

$$\frac{1^{\text{ère}} \text{ valeur} \times \text{son effectif} + 2^{\text{ème}} \text{ valeur} \times \text{son effectif} + \dots}{\text{effectif total}}$$

Exemple : on a interrogé 25 familles pour étudier le nombre de téléphones portables que chacune possède.

Nombre de portables	0	1	2	3	Total
Effectif	3	5	7	10	25

Le nombre moyen de téléphones portables par famille est égal à :

$$\frac{0 \times 3 + 1 \times 5 + 2 \times 7 + 3 \times 10}{25} = 1,96$$

Au-delà de la moyenne, il existe d'autres outils utilisés en statistiques donnant des informations sur les positions des données dans la série et sur leur dispersion.

III. Médiane

Définition : Les valeurs d'une série étant rangées par ordre croissant, la médiane d'une série est le **nombre qui partage cette série en deux séries de même effectif.**

Au moins la moitié des valeurs de la série sont inférieures ou égales à la médiane.

Au moins la moitié des valeurs de la série sont supérieures ou égales à la médiane.

Exemple : considérons une série de notes obtenues par tous les élèves d'une classe.

Si la médiane de cette série est égale à 11, cela signifie qu'au moins la moitié des élèves a obtenu une note supérieure ou égale à 11 et qu'au moins la moitié des élèves a obtenu une note inférieure ou égale à 11.

Méthode pour déterminer la médiane d'une série :

- Si l'effectif total est impair, la médiane est la valeur centrale de la série.
- Si l'effectif total est pair, la médiane est la moyenne entre les deux valeurs centrales de la série. (Dans ce cas, la médiane ne sera pas obligatoirement une valeur de la série.)

La médiane d'une série donne une information sur la position des données de la série.

Remarque : la médiane ne dépend pas des données « extrêmes » de la série.

Exemple 1:

- On a relevé les tailles en cm de 11 hommes et on les a classées par ordre croissant :

165 168 169 171 172 175 175 176 178 183 189

└──────────────────┬──────────────────┘

L'effectif total étant impair (11), la médiane est la valeur centrale de la série.

$11 : 2 = 5,5$ donc la médiane est la 6^{ème} valeur de la série qui est : 175 cm.

- On a relevé les tailles en cm de 10 femmes et on les a classées par ordre croissant :

162 163 163 165 168 170 170 172 172 179

└──────────────────┬──────────────────┘

L'effectif total étant pair (10), la médiane est la moyenne entre les deux valeurs centrales de la série.

$10 : 2 = 5$ donc la médiane est la moyenne entre la 5^{ème} valeur et la 6^{ème} valeur de la série.

La 5^{ème} valeur est 168 et la 6^{ème} valeur est 170. La moyenne des deux valeurs est 169.

La taille médiane des femmes de cette série est de 169 cm.

Exemple 2 :

Le tableau ci-dessous donne le nombre de biberons pris par jour par les 31 bébés d'une crèche.

Nombre de biberons pris	3	4	5	6	Total
Effectifs	4	10	12	5	31
Effectifs cumulés croissants	4	4+10=14	14+12=26	26+5=31	31

L'effectif total est impair (31).

$31 : 2 = 15,5$ donc la médiane est la 16^{ème} valeur de la série.

Les effectifs cumulés croissants permettent de savoir que la 16^{ème} valeur de la série est : 5.

Le nombre médian de biberons est 5.

Interprétation : au moins la moitié des bébés boit 5 ou moins de 5 biberons par jour et au moins la moitié des bébés boit 5 ou plus de 5 biberons par jour.

IV. Étendue

Définition : l'étendue d'une série est la **différence entre les deux valeurs extrêmes** (c'est-à-dire la plus grande et la plus petite valeur de la série).

L'étendue d'une série donne une information sur la dispersion des données.

Exemple : Voici une série de notes : 5 6 8 11 12 12 12 13

L'étendue est égale à 8 car $13 - 5 = 8$.

Cela signifie qu'il y a 8 points d'écart entre la note la plus faible et la meilleure note.