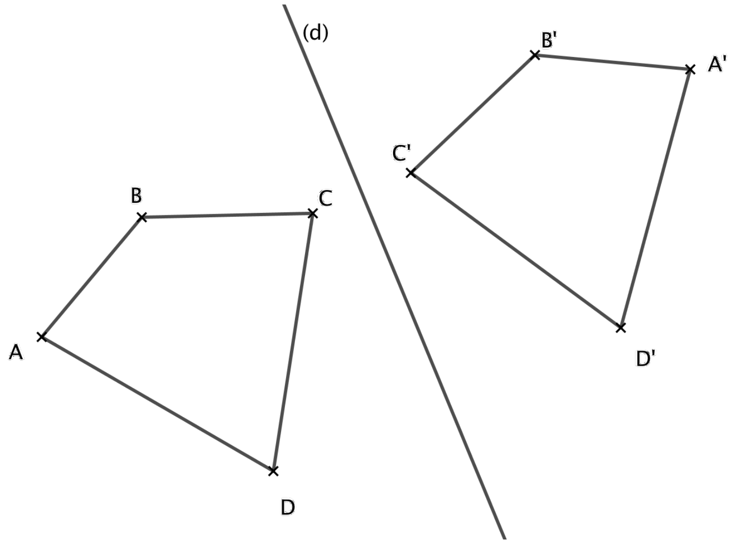
SYMETRIE AXIALE

I. Définition

Une symétrie axiale est une symétrie par rapport à une droite que l'on appelle **axe de symétrie**.
Deux figures sont symétriques entre elles par rapport à un axe lorsqu'elles se superposent exactement par pliage le long de cette droite.

Exemple :



Le quadrilatère A'B'C'D' est le symétrique du quadrilatère ABCD par rapport à l'axe (d).

II. Propriétés de la symétrie axiale

La symétrie axiale conserve l'alignement, les longueurs, les angles et le parallélisme.

Cela signifie que:
- les symétriques de points alignés sont aussi alignés,
- deux segments symétriques ont toujours la même longueur,
- deux angles symétriques ont toujours la même mesure,
- les symétriques de deux droites parallèles entre elles sont aussi parallèles entre elles.

Ceci est une caractéristique de la symétrie **axiale**.

III. Axes de symétrie

Une droite est axe de symétrie d'une figure lorsque, par pliage le long de cette droite, la figure se superpose exactement.

Exemples :

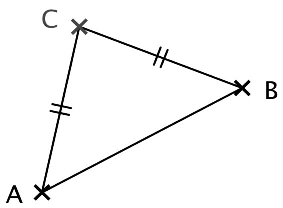
C	H	S
Un axe	**Deux axes**	**Aucun axe**

1) Axe de symétrie d'un segment :

L'axe de symétrie d'un segment est la médiatrice du segment.

2) Axes de symétrie dans les triangles particuliers :

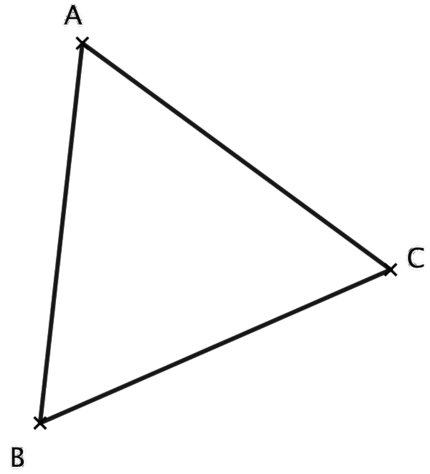
- Un triangle quelconque n'a pas d'axe de symétrie.
- Un triangle **isocèle** a un axe de symétrie : c'est la médiatrice de sa base.



Conséquence :

Propriété sur les angles dans tous les triangles isocèles:
Un triangle isocèle a toujours ses deux angles à la base **égaux.**

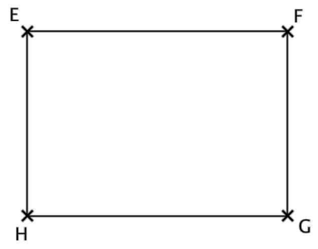
- Un triangle **équilatéral** a 3 axes de symétrie : ce sont les médiatrices de ses côtés.



Propriété sur les angles dans tous les triangles équilatéraux:
Un triangle équilatéral a tous ses angles égaux, ils mesurent toujours 60°.

3) Axes de symétrie dans les quadrilatères particuliers :

a) Le rectangle:



Un rectangle a 2 axes de symétrie (d_1) et (d_2).

H est le symétrique de E par rapport à (d_1).

F est le symétrique de G par rapport à (d_1).

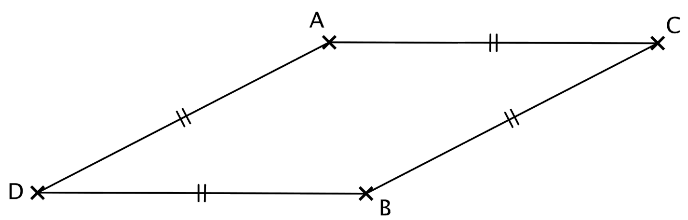
donc [HF] est le symétrique de [EG] par rapport à (d_1).

Or deux segments symétriques ont toujours la même longueur. Donc: HF = EG

Propriété sur les diagonales d'un rectangle:

Les diagonales d'un rectangle ont toujours le même milieu et la même longueur.

b) Le losange:



Un losange a 2 axes de symétrie perpendiculaires.

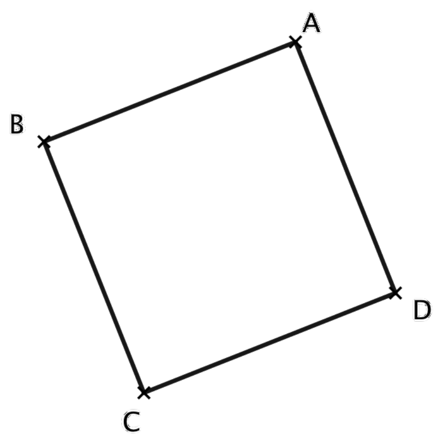
Ce sont ses diagonales.

Ses angles opposés sont donc égaux.

Propriété sur les diagonales d'un losange:

Les diagonales d'un losange ont toujours le même milieu et sont perpendiculaires.

c) Le carré:



Un carré étant à la fois un rectangle et un losange, il a 4 axes de symétrie et ses diagonales possèdent à la fois les propriétés des diagonales du rectangle et du losange.

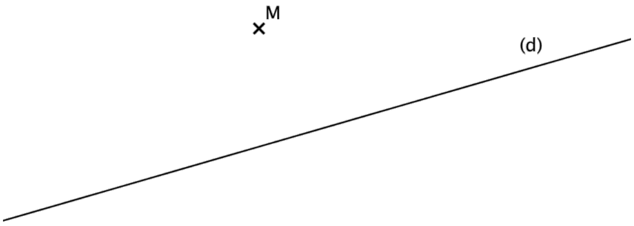
Propriété sur les diagonales d'un carré:

Les diagonales d'un carré ont toujours le même milieu, la même longueur et sont perpendiculaires.

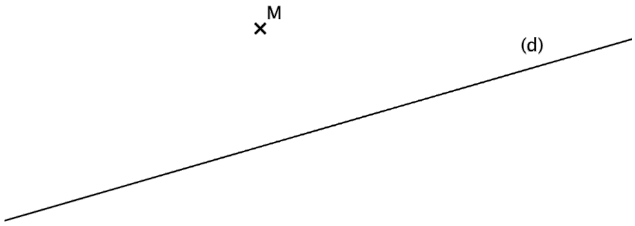
IV. Constructions de symétriques avec les instruments

1) Symétrique d'un point par rapport à une droite:

Avec la règle et l'équerre



Avec le compas

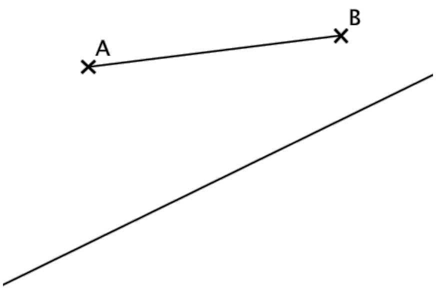


Je trace la perpendiculaire à (d) passant par M.
Je note O le point d'intersection.
Je place M' pour que O soit le milieu de [MM'].
Je code la figure.

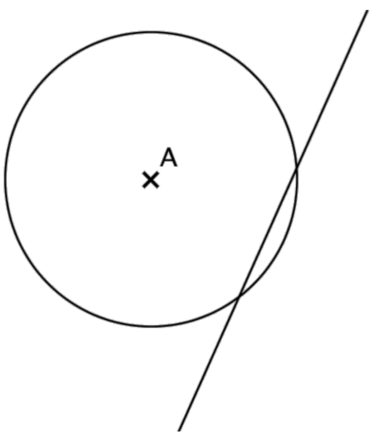
Je choisis un rayon assez grand. Je trace deux arcs de cercle coupant (d) de centre M. Je note I et J les intersections. Je trace deux arcs de cercle sécants en M' de centres I et J de même rayon.

Propriété: Si M' est le symétrique de M par rapport à une droite (d), alors la droite (d) est la médiatrice du segment [MM'].

2) Symétrique d'un segment et symétrique d'un cercle



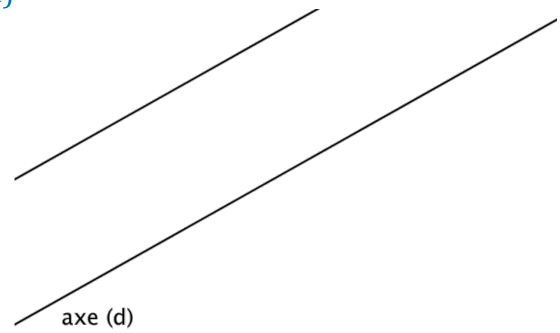
Il suffit de construire les symétriques des deux extrémités du segment.



Il suffit de construire le symétrique du centre du cercle et de tracer un cercle de même rayon.

3) Symétrique d'une droite

Si la droite est parallèle à l'axe de symétrie (d)



Si la droite n'est pas parallèle à l'axe de symétrie (d)