TRIGONOMETRIE

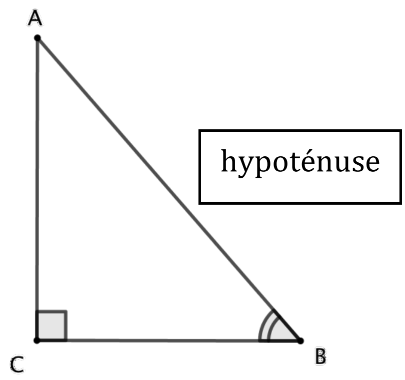
I. Rapports de longueurs dans un triangle rectangle.

Voir activités

Dans un triangle rectangle, le rapport de longueurs $\frac{BC}{BA}$ ne dépend que de l'angle $\widehat{ABC}$.

Ce rapport de longueurs s'appelle le cosinus de l'angle $\widehat{ABC}$ et se note cos $\widehat{ABC}$.

Côté adjacent à l'angle $\widehat{BAC}$



côté adjacent à l'angle $\widehat{ABC}$

Définition : dans un triangle rectangle, le cosinus d'un angle aigu est le quotient du côté adjacent à cet angle par l'hypoténuse.

$$\cos(angle) = \frac{\text{côté adjacent à cet angle}}{\text{hypoténuse}}$$

Remarques :

- Le cosinus d'un angle est un nombre <u>sans unité</u> (car rapport de deux longueurs).
- Le cosinus d'un angle aigu est <u>toujours compris entre 0 et 1</u> (car l'hypoténuse est le plus long côté).
- Le cosinus d'un angle est un outil qui lie les longueurs et les angles dans un triangle rectangle.

II. Utilisation de la calculatrice

La touche $\boxed{\text{cos}}$ de la calculatrice permet d'obtenir le cosinus d'un angle donné.

Les touches $\boxed{\text{2nd}}$ $\boxed{\text{cos}}$ permettent d'obtenir la mesure de l'angle dont le cosinus est connu.

A l'aide de la calculatrice, on peut par exemple remplir cette table de cosinus :

Angle en °	0	10	20	30	40	50	……	70	80	……
Cosinus (arrondi au centième)	1						0,5			0

III. Applications

1. Calcul d'une longueur :

<u>Exemple 1</u> :
Considérons le triangle ABC rectangle en C tel que AB = 5 cm et $\widehat{BAC}$ = 38°.
Calculons la longueur AC.

[AB] est l'hypoténuse du triangle rectangle ABC et [AC] est le côté adjacent à l'angle $\widehat{BAC}$.
Par définition, $\cos\left(\widehat{BAC}\right) = \frac{AC}{AB}$ c'est-à-dire $\cos(38) = \frac{AC}{5}$ donc $AC = 5\times\cos(38) \approx 3{,}9$
La longueur AC est environ égale à 3,9 cm.

<u>Exemple 2</u> :
Considérons le triangle ABC rectangle en B tel que AB = 5 cm et $\widehat{BAC}$ = 38°.
Calculons la longueur AC.

[AC] est l'hypoténuse du triangle rectangle ABC et [AB] est le côté adjacent à l'angle $\widehat{BAC}$.
Par définition, $\cos\left(\widehat{BAC}\right) = \frac{AB}{AC}$ c'est-à-dire $\cos(38) = \frac{5}{AC}$ donc $AC = \frac{5}{\cos(38)} \approx 6{,}3$
La longueur AC est environ égale à 6,3 cm.

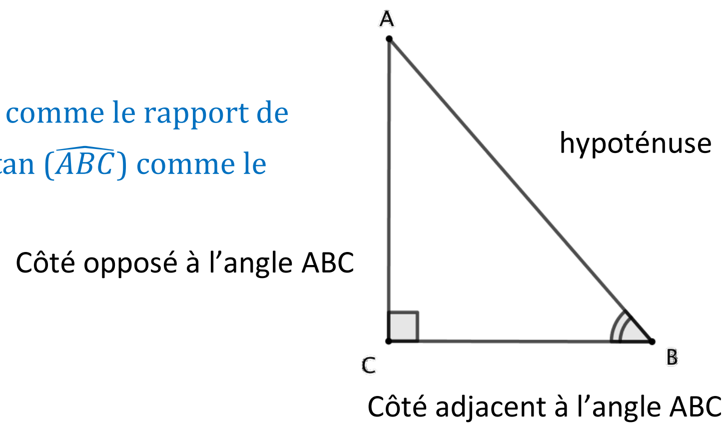
2. Calcul d'un angle :

<u>Exemple 3</u> :
Considérons le triangle ABC rectangle en B tel que AB = 5 cm et AC = 7 cm.
Calculons la mesure de l'angle $\widehat{BAC}$.

[AC] est l'hypoténuse du triangle rectangle ABC et [AB] est le côté adjacent à l'angle $\widehat{BAC}$.
Par définition, $\cos\left(\widehat{BAC}\right) = \frac{AB}{AC}$ c'est-à-dire $\cos\left(\widehat{BAC}\right) = \frac{5}{7}$ donc $\widehat{BAC} = \cos^{-1}\left(\frac{5}{7}\right) \approx 44$
On a utilisé les touches $\boxed{\text{seconde}}$ $\boxed{\text{cos}}$ de la calculatrice.
L'angle $\widehat{BAC}$ mesure environ 44°.

IV. Sinus et tangente d'un angle

On définit le sinus de l'angle $\widehat{ABC}$ noté sin $(\widehat{ABC})$ comme le rapport de longueurs $\frac{AC}{AB}$ et la tangente de l'angle $\widehat{ABC}$ noté tan $(\widehat{ABC})$ comme le rapport de longueurs $\frac{AC}{BC}$.



Considérons un angle aigu noté a.
Dans un triangle rectangle, on a par définition :

$$\cos(a) = \frac{\text{côté adjacent}}{\text{hypoténuse}} \qquad \sin(a) = \frac{\text{côté opposé}}{\text{hypoténuse}} \qquad \tan(a) = \frac{\text{côté opposé}}{\text{côté adjacent}}$$